

第三十屆全國奧林匹克數學競賽試題

◎請將答案塗畫在電腦卡上，否則不予計分。

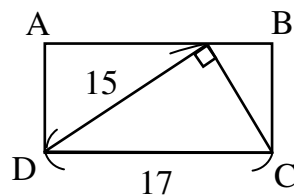
◎1~32 每題 3 分；33 題 4 分，共 100 分

- 一直角三角形的三個邊長分別為 30 公分、 x 公分、40 公分，若 x 之值最小為 m 、最大為 n ，則 $m+n=?$
(A) 50 (B) $50+7\sqrt{10}$ (C) $50+\sqrt{70}$ (D) $50+10\sqrt{7}$
- 化簡 $\sqrt{\frac{1}{9}-\frac{1}{25}}$ 之結果與下列何者相等？
(A) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{4}{25}$
- 若 $(2x-1)(2x+1)-(3x+1)(3x+1)=ax^2+bx+c$ ，則 $a+c=?$
(A) 0 (B) -4 (C) -7 (D) -9
- 試問 $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ 與 $\sqrt{2}-\sqrt{5}$ 兩者之間存有什麼關係？
(A) 相等 (B) 倒數 (C) 相反數 (D) 以上皆非
- 請問多項式四則計算中「(除式 \times 商式+餘式) \div 被除式+1」的結果為多少？
(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 2
- 若 $a^2+\frac{1}{b^2}=21$ ， $(a+\frac{1}{b})^2=27$ ，則 $-\frac{a}{b}=?$
(A) 1 (B) 3 (C) -3 (D) -1
- 坐標平面上，直線 $\sqrt{\frac{1}{3}}x-\sqrt{\frac{1}{2}}y=-1$ 與 x 軸和 y 軸所圍成的三角形面積是多少？
(A) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ (平方單位)
- 試問 999.9×999.9 之乘積的百位數字是多少？
(A) 0 (B) 6 (C) 8 (D) 9
- 下列何者是 x^2-1-y^2+2y 的因式？
(A) $x-y$ (B) $x+y-1$ (C) $x-y-1$ (D) $x+y+1$

國中二年級第一節

10. 請問右圖矩形 ABCD 的面積為多少？

- (A) 60 (B) 119 (C) 120 (D) 150 (平方單位)



11. 已知一個一元二次方程式 $3x^2 + 6x + k = 0$ 無解，則下列哪一個數不可能為 k 的值？

- (A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 14

12. 小齊出生於西元 1967 年，經過 x 年後正好是民國 x^2 年，則 x 的值為多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

13. 展開 $(a - b - c + d)(a + c - b - d)$ 的結果與下列何者相同？

(A) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ac - 2bd$

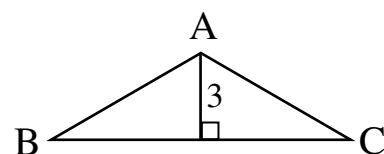
(B) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ac + 2bd$

(C) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab - 2cd$

(D) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab + 2cd$

14. 等腰三角形 ABC 的周長是 14cm，底邊上的高為 3cm，則此等腰三角形 ABC 的面積為多少？

- (A) $8\sqrt{2}$ (B) $\frac{60}{7}$ (C) 8 (D) 7 (cm²)



15. 若 $P = \sqrt{5}$ ，則 $\sqrt{0.008} = ?$ (以 P 表示)

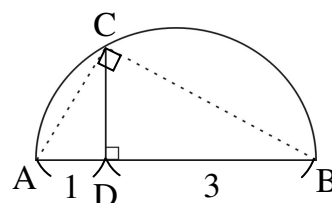
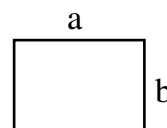
- (A) $\frac{1}{P}$ (B) $\frac{1}{P^2}$ (C) $\frac{1}{P^3}$ (D) $\frac{1}{P^4}$

16. 若 $\begin{cases} m + n = -4 \\ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = -1 \end{cases}$ ，則以 m 、 n 為兩根之一元二次方程式為下列何者？

(A) $x^2 - 4x = 4$ (B) $x^2 - 4x = -4$

(C) $x^2 + 4x = 4$ (D) $x^2 + 4x = -4$

17. 當 $M = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$ 時，試問 $M^2 - 2M + 3$ 的值 = ?
 (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
18. 若 $481x^2 + 2x - 3$ 可以因式分解成 $(ax+b)(cx+d)$ ，且 $a、b、c、d$ 皆為整數，並滿足 $0 < a < c$ ，則 $ab + cd =$?
 (A) 98 (B) 99 (C) -98 (D) -99
19. 對於方程式 $(x-3)(2x+5) = (3x-2)(x-3)$ 的敘述下列何者正確？
 (A) 方程式只有一根且此根為正數
 (B) 方程式只有一根且此根為負數
 (C) 方程式有兩根且此兩根性質符號相反
 (D) 方程式有兩根且此兩根性質符號相同
20. 若 k 為正整數，且 $-x^2 - 2x + k = 0$ 的兩根均為整數，則 k 可能為下列哪一個數？
 (A) $2 \times 3 \times 5 \times 7$ (B) $2 \times 4 \times 5 \times 7$ (C) $4 \times 5 \times 6 \times 7$ (D) $4 \times 5 \times 7 \times 8$
21. 胖虎解出一元二次方程式 $ax^2 + 14x + c = 0$ 的解為 $\frac{-7 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ，則 $a + c =$?
 (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 9
22. 若 $a、b$ 為方程式 $x^2 - 7x + 4 = 0$ 的兩根，則 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 =$?
 (A) 4 (B) 7 (C) 9 (D) 11
23. 設 $A = a + b$ ， $B = a^2 - ab + b^2$ ，則 $(2A + B)^2 - (2A - B)(2A + B) - 2B^2 =$?
 (A) $4ab$ (B) $4A^3 + 4B^3$ (C) $4a^3 - 4b^3$ (D) $4a^3 + 4b^3$
24. 右圖為一黃金矩形，黃金矩形的定義為 $\frac{b}{a} = \frac{a-b}{b}$ ，請問黃金矩形的長與寬比值 $(\frac{a}{b})$ 為多少？
 (A) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
25. 已知圓之直徑 $\overline{AB} = 4$ ，且 $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{BD} = 3$ ，試問 $\overline{BC} =$?
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{6}$



26. 試求 $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-1} = ?$
 (A) $\sqrt{7} + 1$ (B) $\sqrt{7} - 1$ (C) $\frac{\sqrt{7}+1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{7}-1}{2}$
27. 下列哪一個不是 $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$ 的因式？
 (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $x+3$ (D) $x-3$
28. 若 $a=\sqrt{5}+2\pi$ ， $b=4+3\pi$ ， $c=\pi-\sqrt{5}$ ，則 $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac=?$
 (A) -16 (B) -4 (C) 4 (D) 16
29. 若 $3-\sqrt{2}$ 之整數部分為 p ，小數部分為 q ，則 $\frac{1}{p-q}+q=?$
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}+1$ (C) 1 (D) 3
30. 試問 $2^{24}-1$ 這個數最小的質因數是多少？
 (A) 2 (B) 3 (C) 7 (D) 17
31. 若 x 、 y 、 z 均為實數，且使 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{x+y+z}$ ，則下列哪一個敘述正確？
 (A) x 、 y 、 z 必定同號 (B) $x+y$ 必等於 0
 (C) x 、 y 、 z 中必有兩個相等 (D) x 、 y 、 z 中必有兩個互為相反數
32. 下列何者為 $f(x)=x^4-2x^2-3x-2$ 與 $g(x)=x^3-2x^2-x+2$ 之公因式？
 (A) x^2-2x-2 (B) x^2+x-2 (C) x^2-x-2 (D) x^2-x+2
33. 計算 $1999^2-\sqrt{1997\times 1998\times 1999\times 2000+1}=?$
 (A) 1998 (B) 1999 (C) 2000 (D) 2001